Capítulo 1 – Valores Médios e Eficazes de Sinais Periódicos

Até o presente momento, o nosso curso foi focado em análise de circuitos baseado em corrente contínua, onde a tensão e a corrente não apresentavam variações ao longo do tempo, excepcionalmente durante os transientes (passagem do estado de desligado para o estado de ligado) dos circuitos indutivos e capacitivos.

Toda a análise desenvolvida do ponto de vista do equacionamento do circuito, tomando como base as leis dos nós e das malhas de *Kirchoff*, também será utilizada nessa “nova” análise, agora usando um sinal que apresenta uma variação ao longo do tempo.

O termo Sinal Periódico ou Alternado indica tem apenas a finalidade de informar ao projetista que a grandeza associada ao sinal (tensão, corrente ou potência) se alterna ao longo do tempo, regularmente entre dois níveis ou mais. Inicialmente, estudaremos as características dos sinais alternados do tipo senoidais, para posteriormente estudarmos os sinais quadrado, dente de serra e PWM.

1.1 – Definições importantes de um sinal alternado senoidal

Toda a vez em que se fizer necessário uma análise de um sinal periódico, deve-se ter como pré-requisito, a observação de uma série de itens importantes nesse sinal, que irão compor a equação matemática para análise desse sinal, do ponto de vista do seu valor médio e do seu valor eficaz.

É possível, de uma forma bastante simplificada, que a análise do sinal alternado através do seu valor médio está associada diretamente à verificação da presença ou ausência de uma componente DC (contínua) nesse sinal. Já a análise do sinal do ponto de vista eficaz, está associada à quantidade de energia (potência) necessária para que a carga apresente a mesma dissipação de potência, independentemente do tipo de sinal aplicado, alternado ou contínuo.

Para iniciar essa análise, é necessário que o aluno estudante do curso de eletrônica analógica possa ser capaz de identificar em um sinal alternado, os seguintes tópicos:

- ✓ **<u>Forma de onda do sinal alternado</u>:** está associada diretamente a equação matemática para que o sinal possa ser representado através de uma equação;
- ✓ **<u>Valor de Pico</u> (V_P):** é a amplitude máxima, positiva ou negativa, que o sinal alternado pode atingir durante um determinado espaço de tempo;
- ✓ **<u>Valor de Pico a Pico</u> (V_{PP}):** é a diferença entre o valor de pico mínimo e o valor de pico máximo do sinal alternado: $V_{PP} = V_{P\,MÁX.} - V_{P\,MÍN.}$;
- ✓ **<u>Período</u> (T):** é o intervalo de tempo necessário para que o sinal alternado complete um ciclo de variação dos seus valores de pico máximo e mínimo;
- ✓ **<u>Freqüência</u> (f):** é a representação do período através de uma base de tempo em *Hertz* (ciclos por segundo), onde frequência = 1/T.

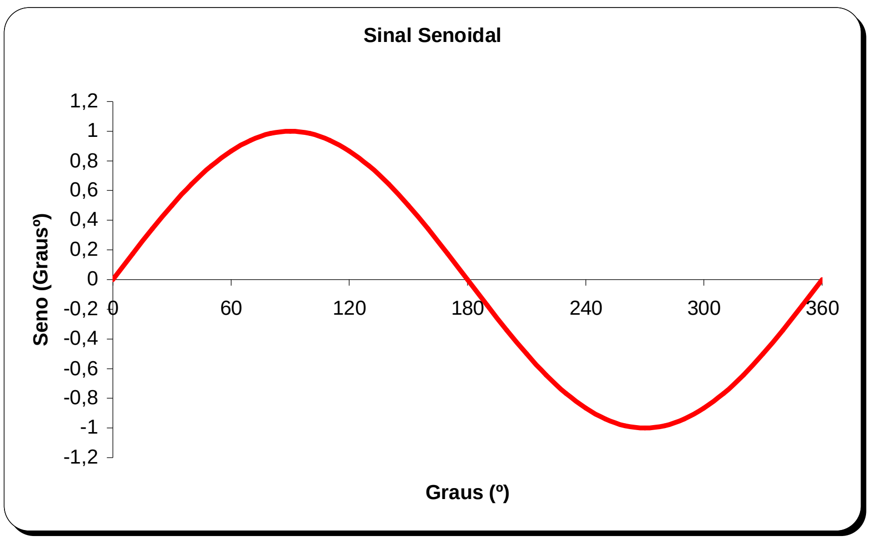


Figura 1.1 – Representação de um Sinal Senoidal

<u>OBSERVAÇÃO IMPORTANTE</u>: O sinal senoidal é a única forma de onda que a sua equação matemática não é alterada quando é aplicada a um circuito resistivo, capacitivo ou indutivo. A alteração do sinal senoidal ocorrerá apenas na sua fase, adiantando ou atrasando o sinal, que será discutido mais adiante.

✓ **Equação geral de um sinal senoidal:**

$v(t) = V_P.sen(2.\pi.f.t + \alpha) + V_{DC} \qquad [Volts]$, onde:

- **V_P** é o valor de pico do sinal senoidal. No caso da Figura 1.1, o Valor de Pico máximo e mínimo é igual a 1 e a -1, respectivamente. Por definição, será adotado o valor que precede o seno será sempre o valor de pico **máximo**;
- **α** é o ângulo que representa a defasagem do sinal senoidal;
- **V_{DC}** é o valor da tensão contínua presente no sinal alternado, valor esse que estará diretamente associado ao valor médio, no caso do sinal senoidal;
- **2.pi.f** representa a frequência angular do sinal senoidal, onde a partir desse ponto, será adotada a letra grega ômega – **ω**. Para um entendimento melhor dessa representação, basta que o aluno realize uma regra de três simples, convertendo o valor de ângulo fornecido em graus para radianos, tomando como base o seu valor do período.

✓ **Relação de Fase: obtenção valor de α:**

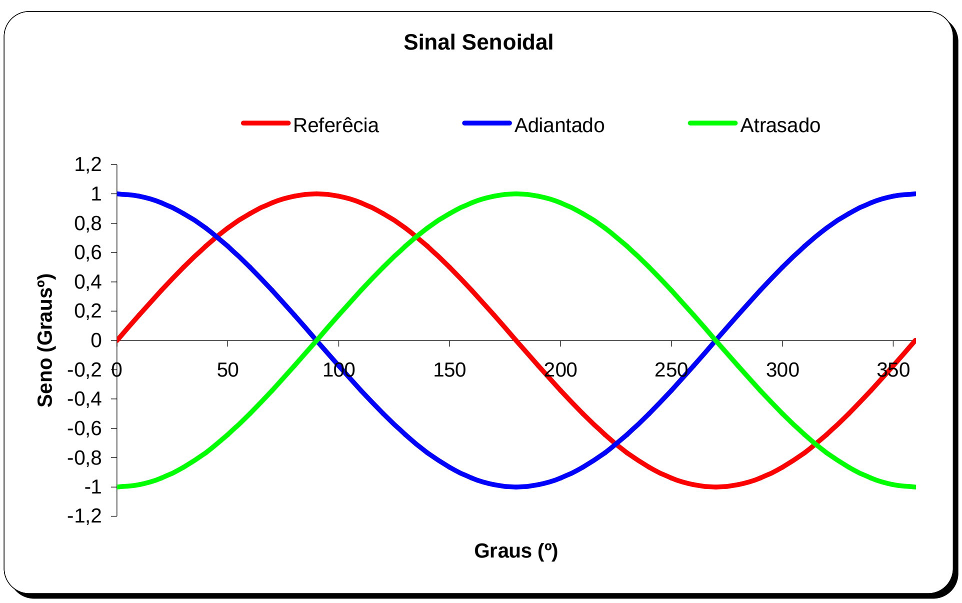


Figura 1.2 – Relações de fase em um Sinal Senoidal

As relações de fase são facilmente identificadas, tomando como base sempre um sinal de referência, comparando o outro sinal com essa referência adotada.

Observando os sinais vermelho e azul, percebe-se que o valor máximo do sinal azul já se encontra na sua amplitude máxima, onde somente após 90 graus, o sinal vermelho atingirá o mesmo valor.

Nesse caso, é possível afirmar que o sinal azul está ADIANTADO em relação ao vermelho. Continuando com a mesma linha de raciocínio, tomando como sinal de análise, o sinal em verde, percebe-se que ele inicia o seu ciclo com uma amplitude máxima negativa, enquanto o sinal de referência encontra-se num valor igual a zero, sendo que somente 90 graus depois, o sinal em verde assume o valor igual a zero. Nesse caso, é possível afirmar que o sinal em verde está ATRASADO em relação ao vermelho.

Tomando como base a equação geral, e substituindo as constantes da equação pelos valores obtidos no gráfico, temos as seguintes equações que representam os sinais da Figura 1.2. Observe que a notação da equação assumiu uma base de variação (valores do eixo X) em graus, e não mais em tempo. Essa análise mais crítica fica para o aluno estudar e observar que ao final, temos a mesma representação, independentemente da base adotada.

$$v_{VERMELHO}(\theta) = 1.sen(2.\pi + 0) + 0 \qquad [Volts]$$

$$v_{AZUL}(\theta) = 1.sen(2.\pi + 90^{\circ}) + 0 \qquad [Volts]$$

$$v_{VERDE}(\theta) = 1.sen(2.\pi - 90^{\circ}) + 0 \qquad [Volts]$$

1.2 – Valor Médio e Eficaz de Sinais Periódicos no tempo

O conceito de valor médio está diretamente associado ao conceito do cálculo da velocidade média da física, onde através da determinação da área do(s) gráfico(s) que determina(m) o seu deslocamento, é possível que se encontre a sua velocidade média de deslocamento.

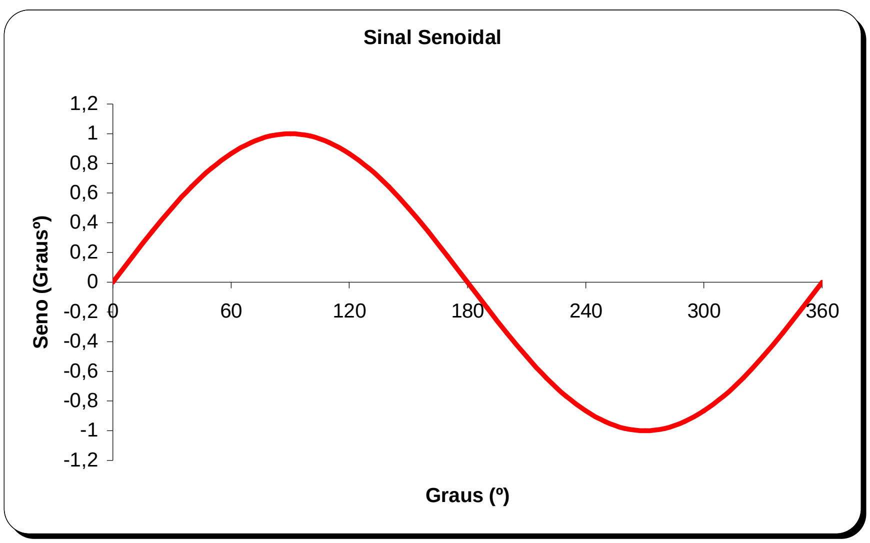
No caso de sinais e formas de onda, o valor médio representa a parcela de tensão contínua (DC) presente no sinal alternado (AC). A equação geral para a obtenção do valor médio é dada por um cálculo integral, da função que rege o sinal periódico em relação ao seu período:

$Y_{MÉDIO} = \frac{1}{T}.\int_0^T f(t).dt$, onde f(t) representa a função periódica em relação a ***t***

Todos os sinais periódicos que apresentam simetria em relação ao eixo X apresentam valor médio igual à zero. Se o sinal periódico for deslocado para cima do eixo X ou para baixo, o seu valor médio passa a ser representado por uma certa quantidade, com sinal positivo ou negativo, em função da posição da função em relação ao eixo X.

Exemplos:

Obter o valor médio da tensão v(t) do sinal senoidal da Figura 1.1 apresentada anteriormente no início do Capítulo:



$$Período = 360º, V_P = 1 \therefore v(\theta) = V_P.sen(\theta)[volts] \rightarrow \boxed{1.sen(\theta)[volts]}$$

$$V_{MÉDIO} = \frac{1}{360}.\int_0^{360} 1.sen(\theta)\,d\theta \rightarrow \frac{1}{360}.1.\left(-\cos(\theta)\right)_0^{360} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{360}.1.\left(-\cos(360) - \left(-\cos(0)\right)\right) \therefore \boxed{V_{MÉDIO} = 0[volts]}$$

Através do cálculo integral que define o valor médio do sinal senoidal apresentado na Figura 1.1, concluiu-se que o seu valor médio é igual a zero, devido justamente a simetria do sinal a partir do eixo X.

Observando agora os sinais em azul e verde, da Figura 1.3 a seguir, fica fácil observar que ambos os sinais possuem a mesma característica (forma de onda) do sinal de referência (em vermelho), porém estão deslocados para cima e para baixo, respectivamente, através da soma/subtração de uma parcela de tensão DC.

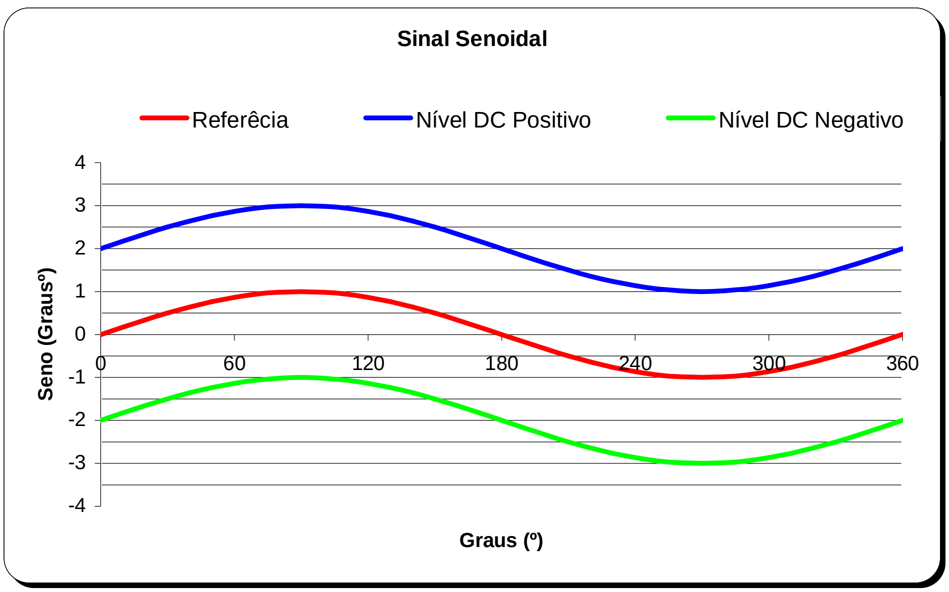


Figura 1.3 – Diferentes níveis DC em um sinal senoidal

Dessa forma, a partir da equação geral do sinal senoidal, é possível escrever ainda essa equação levando em consideração, os valores DC presentes/ausentes nesses sinais, representado pela parcela $+V_{DC}$ apresentado na equação geral.

Para o caso do nosso exemplo da Figura 1.3, foi adicionado e subtraído 2 volts DC, respectivamente, ao sinal em azul e em verde, resultando nas equações abaixo:

$v(\theta) = 1.sen(\theta) + 2 \qquad [Volts]$, para o sinal em azul;

$v(\theta) = 1.sen(\theta) - 2 \qquad [Volts]$, para o sinal em verde.

Já o valor eficaz de um sinal alternado, é definido pela relação entre as potências em AC e em DC, ou seja, o valor eficaz é o valor equivalente de tensão necessário para dissipar a mesma potência em uma carga que uma fonte de tensão DC dissiparia.

Para comprovar tal fato, um arranjo prático, apresentado pela Figura 1.4 será montado em sala de aula, usando uma lâmpada incandescente de filamento, uma tomada elétrica residencial e uma bateria com o seu valor devidamente ajustado.

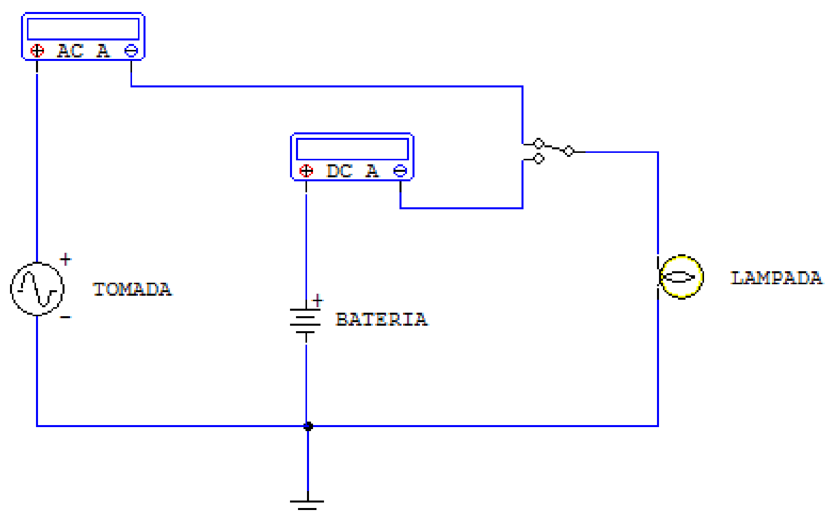


Figura 1.4 – Arranjo prático para estudo valor eficaz

Adotando como valores de tensão e corrente da tomada, como sendo V_{CA} e I_{CA} e, para os valores de tensão e corrente da bateria, como sendo I_{CC} e V_{CC}, temos:

$$P_{CA} = R.i_{CA}(t)^2 \text{ , onde } i_{CA}(t) = I_{PICO}.sen(\omega t)$$

$$P_{CA} = R.I_{PICO}{}^2.sen^2(\omega t) \rightarrow \text{integrando } P_{CA}\text{, temos:}$$

$$\boxed{P_{CA} = \frac{I_{PICO}{}^2.R}{2}}$$

Já para a bateria, realizando o mesmo estudo, temos que:

$P_{CC} = R.I_{CC}^{2}$, onde para que a afirmação possa ser verdadeira, devemos fazer que a quantidade de potência P_{CC} possa ser igual à quantidade de potência P_{CA}, ou seja:

$$P_{CA} = P_{CC} \rightarrow \frac{I_{PICO}^{2}.R}{2} = I_{CC}^{2}.R \rightarrow \frac{I_{CC}^{2}}{I_{PICO}^{2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \sqrt{\frac{I_{CC}^{2}}{I_{PICO}^{2}}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \boxed{I_{CC} = 0,7.I_{PICO}}$$

Assim como na determinação do valor médio, foi usado um cálculo integral, para a obtenção de um valor eficaz, independentemente da forma de onda periódica usada, a relação que define o valor eficaz é:

$Y_{EFICAZ} = \sqrt{\frac{1}{T}.\int_0^T f(t)^2.dt}$, onde f(t) representa a função periódica em relação a ***t***

Sendo f(t) a equação de um sinal senoidal, a determinação do seu valor eficaz a partir da equação geral fica sendo igual a:

$Y_{EFICAZ} = \sqrt{\frac{1}{T}.\int_0^T f(t)^2.dt} \rightarrow V_{EFICAZ}^{2} = \frac{1}{\theta}.\int_0^{\theta} V_P^{2}.sen^2\left(\theta\right).d\theta$, onde o valor final que determina a relação entre o valor eficaz e o valor de pico, para uma senóide, fica sendo igual a $\sqrt{2}$. Fica para o aluno estudar o desenvolvimento do cálculo da integral proposta.